

УДК 630\*52:630\*174.754

**В.А. Усольцев<sup>1,2</sup>, И.С. Цепордей<sup>2</sup>, В.П. Часовских<sup>1</sup>, А.А. Осмирко<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург

<sup>2</sup> Ботанический сад УрО РАН, г. Екатеринбург

#### **АДДИТИВНЫЕ РЕГИОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ФИТОМАССЫ ДЕРЕВЬЕВ И ДРЕВОСТОЕВ ЕВРАЗИИ. СООБЩЕНИЕ 4: РОД *Quercus* L.**

**Ключевые слова:** дубовые насаждения, биосферная роль лесов, фитомасса деревьев и древостоев, аллометрические модели, пробные площади, биологическая продуктивность, аддитивность уравнений, трансконтинентальные таблицы фитомассы.

Впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере рода *Quercus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы дуба, и тем самым решена проблема совмещения аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре. Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев рода *Quercus* дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

---

*V.A. Usoltsev, I.S. Tsepordey, V.P. Chasovskikh, A.A. Osmirko*

#### **ADDITIVE REGIONAL MODELS OF TREE AND STAND BIOMASS FOR EURASIA. MESSAGE 4: GENUS *Quercus* sp.**

**Key words:** genus *Quercus* sp., equations additivity, biosphere role of forests, biomass of trees and forests, allometric models, sample plots, biological productivity, transcontinental tables of biomass.

When using the unique in terms of the volumes of databases on the levels of a tree and stand of the genus *Quercus* sp., the trans-Eurasian additive allometric models of biomass of trees and forests for Eurasia are developed for the first time, and thereby the combined problem of model additivity and generality is solved. The additive model of tree biomass of *Quercus* is harmonized in two ways: it eliminated the internal contradictions of the component and the total biomass equations, and in addition, it takes into account regional differences of trees of equal sizes not only on total, aboveground and underground biomass, but also on its component structure, i.e. it reflects the regional peculiarities of the component structure of tree biomass. The additive model of forest biomass of *Quercus* is harmonized in two levels too, one of which provides the principle of additivity of biomass components, and the second one

is associated with the introduction of dummy independent variables localizing model for eco-regions of Eurasia.

В предыдущем и настоящем выпусках журнала «Эко-потенциал» впервые на уникальных по объёму базах фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере подрода *Pinus* L. (Усольцев и др., 2018) и родов *Larix* Mill., *Betula* L. и *Populus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы сосны, лиственницы, берёзы, осины и тополей, и тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей. Модели фитомассы деревьев и древостоев гармонизированы двояко: в них устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, они учитывают региональные различия как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре.

В настоящей статье предпринята первая попытка разработки локализованных по регионам Евразии аддитивных аллометрических моделей фитомассы деревьев и древостоев дуба (род *Quercus* L.). Эти модели послужат основой для составления региональных трансевразийских нормативов для оценки фитомассы деревьев и древостоев осины и тополей.

### Объекты и методы

Из впервые сформированной и опубликованной нами базы данных о фитомассе деревьев и древостоев лесообразующих пород (Усольцев, 2016; Usoltsev, 2013, 2016) взяты материалы в количестве соответственно 100 модельных деревьев и 367 древостоев шести викарирующих видов рода *Quercus* L. и распределены по 6 экорегионам, закодированным соответствующими блоками фиктивных переменных (табл. 1 и 2). Распределение пробных площадей, на которых измерена фитомасса модельных деревьев (кг), показано на рис. 1, а распределение пробных площадей, на которых определена фитомасса древостоев (т/га), - на рис. 2.

Таблица 1. Схема кодирования фиктивными переменными региональных массивов фактических данных фитомассы 100 деревьев дуба.

Эко-регион*	Вид <i>Quercus</i> L.	Блок фиктивных переменных					Диапазон диаметров дерева, см	Диапазон высот дерева, м	Число наблюдений
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$			
ЗСЕ	<i>Q. robur</i> L.	0	0	0	0	0	28,0÷69,7	26,7÷32,6	7
ЗСЕ	<i>Q. rubra</i> L.	1	0	0	0	0	1,5÷29,5	2,6÷26,4	49
ЕРсев	<i>Q. robur</i> L.	0	1	0	0	0	1,1÷37,0	2,5÷23,0	14
ЕРюг	<i>Q. robur</i> L.	0	0	1	0	0	2,8÷46,9	5,2÷32,4	10
ДВ	<i>Q. mongolica</i> F. ex L.	0	0	0	1	0	9,5÷34,5	12,0÷23,2	7
Яп	<i>Q. mongolica</i> F. ex L.	0	0	0	0	1	1,1÷16,5	3,0÷8,9	13

\* Обозначения регионов здесь и далее: ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕРсев – Европейская Россия, северная часть; ЕРюг – Европейская Россия, южная часть; ДВхш – Дальний Восток, Приморье; Яп – Японские острова.

Таблица 2. Схема кодирования региональных массивов фактических данных фитомассы 367 древостоев дуба.

Регион	Вид <i>Quercus</i> L.	Блок фиктивных переменных					Диапазоны				Число наблюдений
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	Возраст, лет	Густота, тыс. экз/га	Средний диаметр, см	Средняя высота, м	
ЗСЕ	<i>Q. robur</i> L.	0	0	0	0	0	5÷220	0.166÷7.00	0.9÷55.3	2.0÷32.8	170
ЗСЕ	<i>Q. petraea</i> L.	1	0	0	0	0	17÷140	0.163÷14.92	2.3÷46.7	3.2÷28.8	26
ЕРсев	<i>Q. robur</i> L.	0	1	0	0	0	10÷280	0.129÷41.19	1.5÷70.0	2.2÷32.4	110
ЕРюг	<i>Q. robur</i> L.	0	0	1	0	0	15÷60	0.427÷5.67	3.9÷23.1	4.2÷21.5	46
ДВ	<i>Q. mongolica</i> F. ex L.	0	0	0	1	0	38÷190	1.116÷4.91	6.7÷28.8	6.2÷19.8	6
Яп	<i>Q. crispula</i> Bl. <i>Q. glauca</i> Th.	0	0	0	0	1	4÷80	0.917÷6.78	4.2÷18.9	4.3÷11.5	9

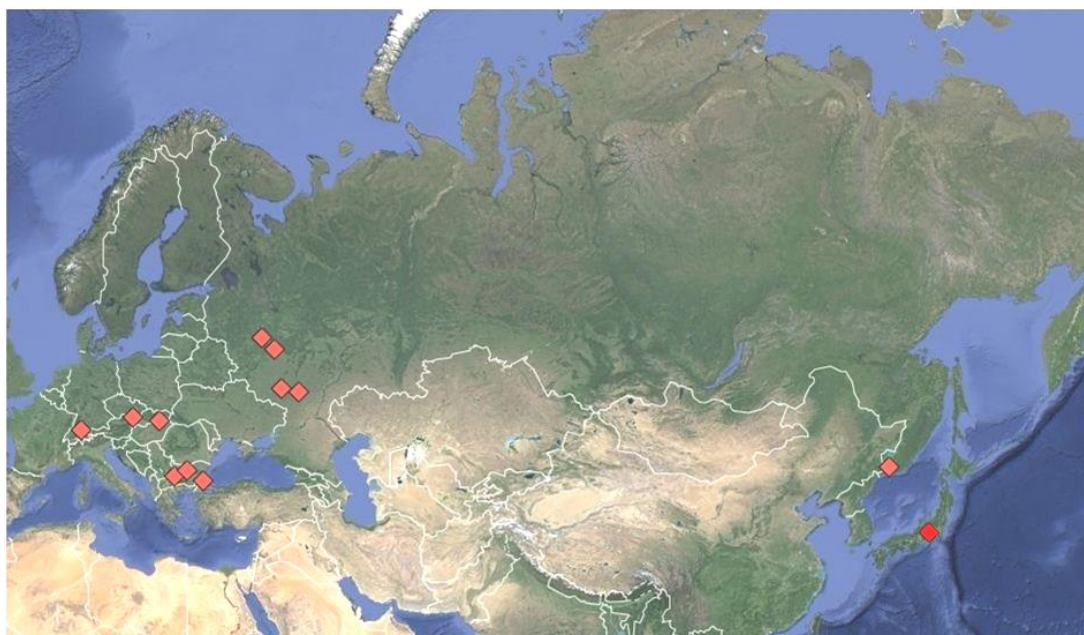


Рис. 1. Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы (кг) 100 модельных деревьев дуба (*Quercus* L.) на территории Евразии.



Рис. 2. Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы (т/га) 367 древостоев дуба (*Quercus* L.) на территории Евразии.

Анализ фитомассы деревьев и древостоев выполнен на основе аллометрических аддитивных регрессионных уравнений, структурированных согласно трехшаговой аддитивной системе (Tang et al., 2000; Dong et al., 2015) (см. предыдущие статьи настоящего выпуска).

## Результаты и обсуждение

### 1 Аддитивная модель фитомассы на уровне деревьев

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln D) + c_i (\ln H) + d_i (\ln D)(\ln H) + \sum g_{ij} X_j, \quad (1)$$

где  $P_i$  – фитомасса  $i$ -й фракции, кг;  $D$  – диаметр ствола на высоте груди, см;  $H$  – высота дерева, м;  $i$  – индекс фракций фитомассы: общей ( $t$ ), надземной ( $a$ ), корней ( $r$ ), кроны ( $c$ ), ствола в коре ( $s$ ), листы ( $f$ ), ветвей ( $b$ ), древесины ствола ( $w$ ) и коры ствола ( $bk$ );  $j$  – индекс (код) фиктивной переменной, от 0 до 5 (см. табл. 1).  $\sum g_{ij} X_j$  – блок фиктивных переменных для  $i$ -й фракции фитомассы  $j$ -го экорегиона. Модель (1) после потенцирования имеет вид

$$P_i = e^{a_i} D^{b_i} H^{c_i} D^{d_i(\ln H)} e^{\sum g_{ij} X_j}. \quad (2)$$

По программе многофакторного регрессионного анализа Statgraphics выполнен расчет коэффициентов уравнений (1) и получена их характеристика, которая после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г.Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и приведения ее к виду (2) дана в табл. 3. Все регрессионные коэффициенты уравнений (2) при численных переменных значимы на уровне вероятности  $P_{0.95}$  и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

Таблица 3. Характеристика «независимых» (исходных) аллометрических уравнений для фитомассы деревьев дуба

Фракции фитомассы	Компоненты регрессионных уравнений										$adjR^2$
$P_t$	0,9683	$D^{2,0388}$	$H^{-0,4242}$	$D^{0,0902(\ln H)}$	$e^{0,1492 X_1}$	$e^{-0,3331 X_2}$	$e^{0,0493 X_3}$	$e^{0,0854 X_4}$	$e^{-0,6606 X_5}$		0,992
Шаг 1											
$P_a$	0,2448	$D^{2,1493}$	$H^{-0,0656}$	$D^{0,0593(\ln H)}$	$e^{0,1443 X_1}$	$e^{-0,2449 X_2}$	$e^{0,0059 X_3}$	$e^{0,1282 X_4}$	$e^{-0,5389 X_5}$		0,995
$P_r$	1,1362	$D^{2,3418}$	$H^{-0,9987}$	$D^{-0,0168(\ln H)}$	$e^{0,2378 X_1}$	$e^{-0,6578 X_2}$	$e^{0,2599 X_3}$	$e^{-0,0500 X_4}$	$e^{-0,9263 X_5}$		0,924
Шаг 2											
$P_c$	3,4539	$D^{3,4574}$	$H^{-3,6149}$	$D^{0,2758(\ln H)}$	$e^{0,8603 X_1}$	$e^{-0,4858 X_2}$	$e^{0,1368 X_3}$	$e^{-0,2211 X_4}$	$e^{-1,3667 X_5}$		0,971
$P_s$	0,0748	$D^{1,9044}$	$H^{0,6680}$	$D^{0,0120(\ln H)}$	$e^{0,0211 X_1}$	$e^{-0,1931 X_2}$	$e^{0,0208 X_3}$	$e^{0,1602 X_4}$	$e^{-0,4293 X_5}$		0,995
Шаг 3а											
$P_f$	0,3902	$D^{3,6150}$	$H^{-2,9708}$	$D^{-0,0014(\ln H)}$	$e^{0,8666 X_1}$	$e^{-0,3511 X_2}$	$e^{0,2600 X_3}$	$e^{-0,3251 X_4}$	$e^{-1,4749 X_5}$		0,951
$P_b$	2,1935	$D^{3,5058}$	$H^{-3,5785}$	$D^{0,2832(\ln H)}$	$e^{0,9145 X_1}$	$e^{-0,4612 X_2}$	$e^{0,1453 X_3}$	$e^{-0,1769 X_4}$	$e^{-1,2832 X_5}$		0,967
Шаг 3б											
$P_w$	0,0235	$D^{1,4579}$	$H^{1,3780}$	$D^{0,0281(\ln H)}$	$e^{0,0290 X_1}$	$e^{-0,0207 X_2}$	$e^{0,1799 X_3}$	$e^{0,2317 X_4}$	$e^{0,2844 X_5}$		0,994
$P_{bk}$	0,0307	$D^{1,4582}$	$H^{0,3616}$	$D^{0,1395(\ln H)}$	$e^{-0,0942 X_1}$	$e^{-0,1966 X_2}$	$e^{-0,0454 X_3}$	$e^{0,2235 X_4}$	$e^{0,3025 X_5}$		0,980

Полученные согласно структуре (2) независимые (исходные) уравнения, приведенные в табл. 3, преобразованы в искомую модель аддитивной структуры фитомассы деревьев (табл. 4) по алгоритму трёхшагового пропорционального взвешивания, показанному в предыдущих статьях настоящего выпуска. Модель действительна в диапазоне фактических данных высоты и диаметра ствола модельных деревьев, приведенных



Таблица 4. Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы деревьев дуба, построенная по принципу пропорционального взвешивания

	$P_t = 0,9683 D^{2,0388} H^{-0,4242} D^{0,0902} (\ln H)_e^{0,1492} X_1^e - 0,3331 X_2^e - 0,0493 X_3^e - 0,0854 X_4^e - 0,6606 X_5^e$
Шаг 1	$P_a = \frac{1}{1+4,6413 D^{0,1925} H^{-0,9331} D^{-0,0761} (\ln H)_e^{0,0935} X_1^e - 0,4129 X_2^e - 0,2540 X_3^e - 0,1782 X_4^e - 0,3874 X_5^e} \times P_t$
	$P_r = \frac{1}{1+0,2155 D^{-0,1925} H^{0,9331} D^{0,0761} (\ln H)_e^{-0,0935} X_1^e - 0,4129 X_2^e - 0,2540 X_3^e - 0,1782 X_4^e - 0,3874 X_5^e} \times P_t$
Шаг 2	$P_c = \frac{1}{1+0,0217 D^{-1,5530} H^{4,2829} D^{-0,2638} (\ln H)_e^{-0,8392} X_1^e - 0,2927 X_2^e - 0,1160 X_3^e - 0,3813 X_4^e - 0,9375 X_5^e} \times P_a$
	$P_s = \frac{1}{1+46,1847 D^{1,5530} H^{-4,2829} D^{0,2638} (\ln H)_e^{0,8392} X_1^e - 0,2927 X_2^e - 0,1160 X_3^e - 0,3813 X_4^e - 0,9375 X_5^e} \times P_a$
Шаг 3а	$P_f = \frac{1}{1+5,6220 D^{-0,1091} H^{-0,6078} D^{0,2846} (\ln H)_e^{0,0480} X_1^e - 0,1101 X_2^e - 0,1147 X_3^e - 0,1481 X_4^e - 0,1918 X_5^e} \times P_c$
	$P_b = \frac{1}{1+0,1779 D^{0,1091} H^{0,6078} D^{-0,2846} (\ln H)_e^{-0,0480} X_1^e - 0,1101 X_2^e - 0,1147 X_3^e - 0,1481 X_4^e - 0,1918 X_5^e} \times P_c$
Шаг 3б	$P_w = \frac{1}{1+1,3054 D^{0,0003} H^{-1,0164} D^{0,1114} (\ln H)_e^{-0,1232} X_1^e - 0,1759 X_2^e - 0,2253 X_3^e - 0,0083 X_4^e - 0,0181 X_5^e} \times P_s$
	$P_{bk} = \frac{1}{1+0,7660 D^{-0,0003} H^{1,0164} D^{-0,1114} (\ln H)_e^{0,1232} X_1^e - 0,1759 X_2^e - 0,2253 X_3^e - 0,0083 X_4^e - 0,0181 X_5^e} \times P_s$

в табл. 1. Путем табулирования полученной модели (табл. 4) по задаваемым значениям  $D$  и  $H$  и по значениям фиктивных переменных, локализирующих общую модель по экорегионам, получены в итоге региональные нормативы, аддитивные по фракциям фитомассы и предназначенные для ее оценки в древостоях *Quercus* на территории Евразии. В частности, для европейской части России подобный региональный норматив показан в табл. 5. Региональные особенности структуры фитомассы равновеликих деревьев *Quercus* можно проследить на фрагменте трансконтинентальной таблицы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м (табл. 6).

Таблица 6. Фрагмент аддитивной таблицы фитомассы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м по экорегионам и соответствующим видам *Quercus*.

Фракции фитомассы	Экорегион и соответствующий вид <i>Quercus</i>					
	ЗСЕ <i>Q. robur</i>	ЗСЕ <i>Q. rubra</i>	ЕРсев <i>Q. robur</i>	ЕРюг <i>Q. robur</i>	ДВ <i>Q. mongolica</i>	Яп <i>Q. mongolica</i>
Общая фитомасса	128,60	149,29	92,16	135,10	140,06	66,43
Корни	40,47	51,37	19,96	47,78	35,34	9,43
Надземная	88,13	97,92	72,21	87,32	104,73	57,00
Крона	14,76	22,41	17,11	15,97	19,90	16,07
Листва	2,12	3,59	2,27	2,45	2,52	2,99
Ветви	12,64	18,82	14,84	13,53	17,38	13,09
Ствол в коре	73,37	75,51	55,10	71,35	84,82	40,92
Древесина ствола	61,44	64,45	47,38	61,77	71,13	34,17
Кора ствола	11,93	11,06	7,72	9,57	13,70	6,76

По данным табл. 6 можно сделать вывод, что наибольшие значения общей фитомассы равновеликих деревьев имеют место у дуба красного в Западной Европе (149 кг) и у дуба монгольского в Приморье (140 кг) и наименьшие – в плантациях дуба монгольского в Японии (66 кг), а в остальных регионах общая фитомасса находится в пределах от 92 до 135 кг. Наибольшая доля листвы в надземной фитомассе – у дуба монгольского в плантациях Японии (5,2%), а в остальных регионах она колеблется в пределах от 2,4 до 3,7%.

Для случаев, когда невозможно замерить высоты деревьев на пробных площадях при расчетах фитомассы на единице площади древостоя с применением предложенной модели (2), рассчитано вспомогательное уравнение, скорректированное на логарифмическую трансформацию

$$H = 2,7164 D^{0,6410} e^{-0,0906X1} e^{-0,1471X2} e^{0,0264X3} e^{0,0202X4} e^{-0,3099X5}; adjR^2 = 0,924. \quad (3)$$

Регрессионный коэффициент (3) при численной переменной  $D$  значим на уровне вероятности  $P_{0,999}$ .

С целью выяснить, достаточно ли адекватна полученная аддитивная модель и как ее характеристики соотносятся с показателями адекватности независимых уравнений, расчетные показатели фитомассы, полученные, с одной стороны, по независимым (исходным), а с другой стороны, по аддитивным уравнениям, сопоставлены с фактическими значениями фитомассы путем расчета коэффициента детерминации  $R^2$ . Для корректного сравнения адекватности независимых и аддитивных уравнений исходные данные приводим в сопоставимое состояние, т.е. независимые уравнения для всех фракций фитомассы рассчитываются по тем же данным, что и аддитивные уравнения для общей фитомассы. Характеристика таких «приведённых» уравнений дана в табл. 7.

Таблица 5. Таблица для определения аддитивной фитомассы деревьев дуба по высоте и диаметру ствола в подзоне хвойно-широколиственных лесов европейской части России.

H, м	Фракции фитомассы	Диаметр ствола, см						
		6	10	14	18	22	26	30
10	Общая	14,63	46,08	98,12	172,57	-	-	-
	Корни	4,07	13,93	31,27	57,16	-	-	-
	Надземная	10,56	32,15	66,86	115,41	-	-	-
	Крона	1,79	8,67	23,58	48,66	-	-	-
	Листва	0,39	1,46	3,30	5,93	-	-	-
	Ветви	1,40	7,21	20,28	42,73	-	-	-
	Ствол в коре	8,77	23,49	43,27	66,75	-	-	-
	Древесина ствола	7,51	19,73	35,83	54,64	-	-	-
	Кора ствола	1,25	3,76	7,44	12,10	-	-	-
14	Общая	13,39	42,84	92,16	163,32	257,91	-	-
	Корни	2,57	8,85	19,96	36,62	4,05	-	-
	Надземная	10,82	33,99	72,21	126,70	198,46	-	-
	Крона	1,11	5,88	17,11	37,29	68,56	-	-
	Листва	0,24	0,95	2,27	4,23	6,85	-	-
	Ветви	0,87	4,93	14,84	33,06	61,71	-	-
	Ствол в коре	9,70	28,11	55,10	89,42	129,91	-	-
	Древесина ствола	8,61	24,50	47,38	76,08	109,53	-	-
	Кора ствола	1,09	3,61	7,72	13,34	20,37	-	-
18	Общая	-	40,57	87,95	156,74	248,65	365,09	-
	Корни	-	6,13	13,83	25,39	3,38	61,73	-
	Надземная	-	34,44	74,12	131,35	207,41	303,36	-
	Крона	-	4,14	12,55	28,31	53,61	90,46	-
	Листва	-	0,65	1,59	3,04	5,03	7,56	-
	Ветви	-	3,49	10,96	25,27	48,58	82,89	-
	Ствол в коре	-	30,30	61,56	103,05	153,81	212,90	-
	Древесина ствола	-	27,00	54,20	89,82	132,92	182,62	-
	Кора ствола	-	3,29	7,36	13,23	20,88	30,28	-
22	Общая	-	-	84,72	151,68	241,49	355,66	495,52
	Корни	-	-	10,17	18,65	2,62	45,30	63,99
	Надземная	-	-	74,55	133,03	211,22	310,36	431,53
	Крона	-	-	9,49	21,88	42,28	72,63	114,82
	Листва	-	-	1,16	2,25	3,77	5,73	8,16
	Ветви	-	-	8,32	19,63	38,51	66,90	106,66
	Ствол в коре	-	-	65,07	111,15	168,94	237,72	316,71
	Древесина ствола	-	-	58,23	98,53	148,55	207,54	274,73
	Кора ствола	-	-	6,84	12,62	20,39	30,18	41,97
26	Общая	-	-	-	147,59	235,69	347,99	485,88
	Корни	-	-	-	14,30	2,01	34,68	48,95

H, м	Фракции фито-массы	Диаметр ствола, см						
		6	10	14	18	22	26	30
	Надземная	-	-	-	133,29	212,50	313,31	436,93
	Крона	-	-	-	17,30	33,92	59,04	94,46
	Листва	-	-	-	1,72	2,89	4,44	6,36
	Ветви	-	-	-	15,59	31,02	54,60	88,10
	Ствол в коре	-	-	-	115,99	178,58	254,27	342,46
	Древесина ствола	-	-	-	104,11	159,06	224,94	301,11
	Кора ствола	-	-	-	11,88	19,52	29,33	41,36

Таблица 7. Характеристика «приведенных» аллометрических уравнений

Фракции фитомассы	Компоненты регрессионных уравнений										$adjR^2$
$P_t$	0,9683	$D^{2,0388}$	$H^{-0,4242}$	$D^{0,0902 (\ln H)}$	$e^{0,1492 X7}$	$e^{-0,3331 X2}$	$e^{0,0493 X3}$	$e^{0,0854 X4}$	$e^{-0,6606 X5}$		0,992
Шаг 1											
$P_a$	0,1820	$D^{1,7678}$	$H^{0,1678}$	$D^{0,1334 (\ln H)}$	$e^{0,1049 X7}$	$e^{-0,1501 X2}$	$e^{0,0848 X3}$	$e^{0,2583 X4}$	$e^{0,0943 X5}$		0,994
$P_r$	1,1362	$D^{2,3418}$	$H^{-0,9987}$	$D^{-0,0168 (\ln H)}$	$e^{0,2378 X7}$	$e^{-0,6578 X2}$	$e^{0,2599 X3}$	$e^{-0,0500 X4}$	$e^{-0,9263 X5}$		0,924
Шаг 2											
$P_c$	0,1111	$D^{2,5737}$	$H^{-1,2657}$	$D^{0,1801 (\ln H)}$	$e^{0,4430 X7}$	$e^{0,2341 X2}$	$e^{0,2043 X3}$	$e^{0,3897 X4}$	$e^{0,6196 X5}$		0,953
$P_s$	0,1064	$D^{1,5252}$	$H^{0,5324}$	$D^{0,1326 (\ln H)}$	$e^{0,0537 X7}$	$e^{-0,2001 X2}$	$e^{0,0971 X3}$	$e^{0,2355 X4}$	$e^{-0,0499 X5}$		0,995
Шаг 3а											
$P_f$	0,0275	$D^{2,5129}$	$H^{-0,9152}$	$D^{-0,0157 (\ln H)}$	$e^{0,6074 X7}$	$e^{0,2311 X2}$	$e^{0,3160 X3}$	$e^{0,3117 X4}$	$e^{0,9027 X5}$		0,927
$P_b$	0,0604	$D^{2,6983}$	$H^{-1,2402}$	$D^{0,1805 (\ln H)}$	$e^{0,4773 X7}$	$e^{0,3253 X2}$	$e^{0,2400 X3}$	$e^{0,4558 X4}$	$e^{0,5952 X5}$		0,949
Шаг 3б											
$P_w$	0,0235	$D^{1,4579}$	$H^{1,3780}$	$D^{0,0281 (\ln H)}$	$e^{0,0290 X7}$	$e^{-0,0207 X2}$	$e^{0,1799 X3}$	$e^{0,2317 X4}$	$e^{0,2844 X5}$		0,994
$P_{bk}$	0,0307	$D^{1,4582}$	$H^{0,3616}$	$D^{0,1395 (\ln H)}$	$e^{-0,0942 X7}$	$e^{-0,1966 X2}$	$e^{-0,0454 X3}$	$e^{0,2235 X4}$	$e^{0,3025 X5}$		0,980

Результаты сопоставления (табл. 8) свидетельствуют о том, что аддитивные уравнения не только внутренне непротиворечивы, но и обладают примерно одинаковыми показателями адекватности по сравнению с независимыми уравнениями. Отметим также, что при реализации принципа аддитивности цель повышения адекватности получаемых моделей по отношению к традиционным моделям по всем фракциям фитомассы не ставилась.

Таблица 8. Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы деревьев *Quercus*

Показатели	Фракции фитомассы								
	$P_t$	$P_a$	$P_r$	$P_s$	$P_w$	$P_{bk}$	$P_c$	$P_b$	$P_f$
Независимые уравнения									
$R^2$	0,993	0,996	0,862	0,990	0,958	0,954	0,740	0,706	0,877
Аддитивные уравнения									
$R^2$	0,993	0,996	0,860	0,971	0,992	0,888	0,853	0,846	0,935

\* Обозначения см. уравнение (1).

Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы деревьев (рис. 3), показывает степень коррелированности названных показателей, а также отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям.



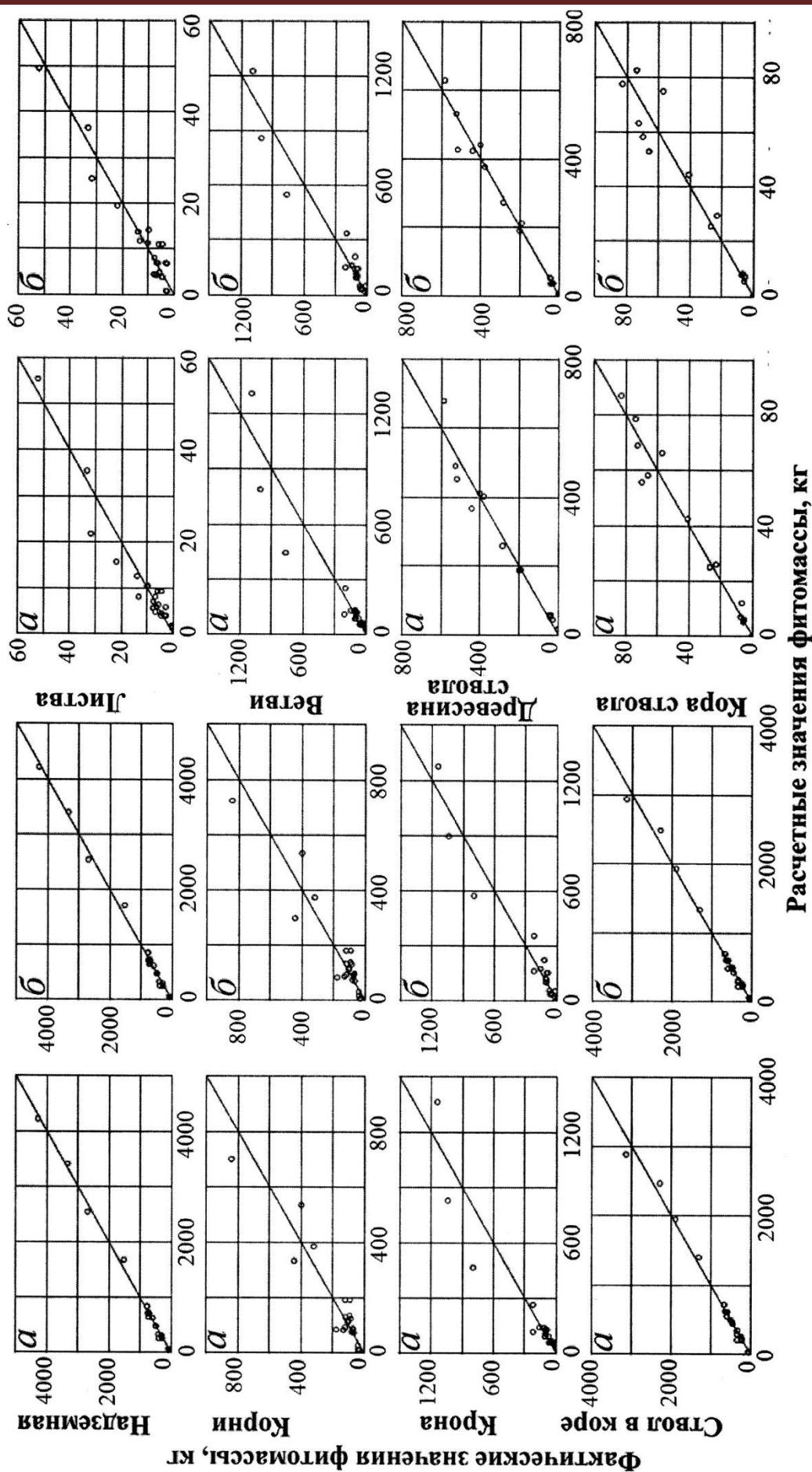


Рис. 3. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым (а) и аддитивным (б) уравнениям фитомассы деревьев *Quercus*.

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln A) + c_i (\ln A)^2 + d_i (\ln H) + e_i (\ln D) + f_i (\ln N) + \sum g_{ij} X_j, \quad (4)$$

где  $P_i$  – масса  $i$ -й фракции, т/га;  $A$  – возраст древостоя, лет;  $H$  – средняя высота древостоя, м;  $D$  – средний диаметр стволов, см;  $N$  – густота древостоя, тыс. экз/га;  $a-g$  – регрессионные коэффициенты;  $i$  – индекс фракций фитомассы: общей ( $t$ ), надземной ( $a$ ), корней ( $r$ ), кроны ( $c$ ), ствола в коре ( $s$ ), листвы ( $f$ ), ветвей ( $b$ ), древесины ствола ( $w$ ) и коры ствола ( $bk$ );  $j$  – индекс (код) в блоке фиктивных переменных, кодирующих 10 эко-регионов, от 0 до 5 (см. **табл. 2**).

Модель (4) после потенцирования приведена к виду

$$P_i = a_i A^{b_i} A^{c_i(\ln A)} H^{d_i} D^{e_i} N^{f_i} e^{\sum g_{ij} X_j} \quad (5)$$

Характеристика уравнений (4), полученная их аппроксимацией по фактическим данным фитомассы, после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г. Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и последующего потенцирования согласно (5) приведена в **табл. 9**. Все регрессионные коэффициенты уравнений (4) при численных переменных значимы на уровне вероятности  $P_{0.95}$  и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

Полученные уравнения (5) (**табл. 9**) модифицированы согласно выше изложенному алгоритму трёхшагового пропорционального взвешивания, и окончательный вид трансконтинентальной аддитивной модели фракционного состава фитомассы дубовых древостоев приведен в **табл. 10**. Модель действительна в диапазоне фактических данных возраста древостоев, средней высоты, среднего диаметра ствола и густоты древостоев, приведенных в **табл. 2**, и характеризуется двойной гармонизацией: одна из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а вторая связана с вводом фиктивных переменных, локализующих модель по экорегионам Евразии.

На следующем этапе исследования выполнено сопоставление адекватности построенной аддитивной модели (см. **табл. 10**) и независимых уравнений, показанных в **табл. 9**. Для корректного сопоставления по модифицированному массиву исходных данных аппроксимированы уравнения (5), и их окончательный вид дан в **табл. 11**. Как аддитивная модель, так и независимые уравнения, протабулированы по фактическим массообразующим показателям массива фактических данных, и полученные расчетные значения фитомассы сопоставлены с фактическими по показателю  $R^2$ . Результаты сопоставления адекватности двух методов моделирования сведены в **табл. 12** и свидетельствуют о том, что показатели адекватности двух систем уравнений близки между собой. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы древостоев (**рис. 4**), показывает степень коррелированности названных показателей и отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям. Большая или меньшая величина  $R^2$  двух сравниваемых моделей определяется случайным положением фактических значений фитомассы наиболее продуктивных древостоев в доверительном диапазоне и неравномерной дисперсией, именно случайным - из-за их малого числа и наибольшего вклада в остаточную дисперсию (см. **рис. 4**).

Таблица 9. Характеристика «независимых» (исходных) аллометрических уравнений для фитомассы древостоев дуба

Фракции фитомассы	Компоненты регрессионных уравнений										$adjR^2$
$P_t$	1,3132	$A^{0,2782}$	$H^{0,2576}$	$D^{1,0297}$	$N^{0,4448}$	$e^{0,1913 X1}$	$e^{0,1274 X2}$	$e^{0,4569 X3}$	$e^{0,1768 X4}$	$e^{0,6994 X5}$	0,838
Шаг 1											
$P_a$	0,4328	$A^{0,2485}$	$H^{0,6724}$	$D^{1,0102}$	$N^{0,5023}$	$e^{0,0990 X1}$	$e^{-0,0216 X2}$	$e^{0,0113 X3}$	$e^{-0,0220 X4}$	$e^{0,4872 X5}$	0,905
$P_r$	0,7962	$A^{0,5019}$	$H^{-0,4864}$	$D^{1,0320}$	$N^{0,4851}$	$e^{0,1441 X1}$	$e^{0,2090 X2}$	$e^{1,1347 X3}$	$e^{0,5303 X4}$	$e^{0,3496 X5}$	0,376
Шаг 2											
$P_c$	0,7826	$A^{0,2046}$	$H^{-0,0329}$	$D^{0,9848}$	$N^{0,2594}$	$e^{0,2517 X1}$	$e^{-0,0464 X2}$	$e^{-0,2080 X3}$	$e^{-0,1216 X4}$	$e^{0,6319 X5}$	0,701
$P_s$	0,1801	$A^{0,2552}$	$H^{0,8867}$	$D^{1,0191}$	$N^{0,5759}$	$e^{0,0574 X1}$	$e^{-0,0054 X2}$	$e^{0,0450 X3}$	$e^{-0,0579 X4}$	$e^{0,4558 X5}$	0,906
Шаг 3а											
$P_f$	0,1914	$A^{0,2036}$	$H^{-0,0256}$	$D^{0,7592}$	$N^{0,4593}$	$e^{0,0914 X1}$	$e^{0,0231 X2}$	$e^{-0,0935 X3}$	$e^{-0,1029 X4}$	$e^{0,1904 X5}$	0,403
$P_b$	0,5635	$A^{0,1757}$	$H^{0,0475}$	$D^{1,0089}$	$N^{0,2139}$	$e^{0,2846 X1}$	$e^{-0,0748 X2}$	$e^{-0,2060 X3}$	$e^{-0,2028 X4}$	$e^{0,7511 X5}$	0,716
Шаг 3б											
$P_w$	0,0858	$A^{0,2494}$	$H^{1,0440}$	$D^{1,0714}$	$N^{0,6450}$	$e^{0,1402 X1}$	$e^{0,0471 X2}$	$e^{0,1680 X3}$	$e^{-0,0067 X4}$	$e^{0,6508 X5}$	0,905
$P_{bk}$	0,0446	$A^{0,4244}$	$H^{0,2712}$	$D^{1,2246}$	$N^{0,6314}$	$e^{-0,0658 X1}$	$e^{-0,1520 X2}$	$e^{-0,4354 X3}$	$e^{0,0362 X4}$	$e^{-0,0696 X5}$	0,851



Таблица 10. Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы  
древостоев дуба, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

	$Pt = 1,3132 A^{0,2782} H^{0,2576} D^{1,0297} N^{0,4448} e^{0,1913X1} e^{0,1274X2} e^{0,4569X3} e^{0,1768X4} e^{0,6994X5}$	
Шаг 1	$Pa = \frac{1+1,1083 A^{0,4080} H^{-1,0937} D^{-0,0159} N^{-0,1075} e^{-0,0548X1} e^{-0,0186X2} e^{0,8852X3} e^{0,3569X4} e^{-0,5778X5}}{1}$	$\times Pt$
	$Pr = \frac{1+0,9023 A^{-0,4080} H^{1,0937} D^{0,0159} N^{-0,1075} e^{0,0548X1} e^{0,0186X2} e^{-0,8852X3} e^{-0,3569X4} e^{0,5778X5}}{1}$	$\times Pt$
Шаг 2	$Pc = \frac{1+0,5161 A^{0,0744} H^{0,4267} D^{0,2012} N^{0,1906} e^{-0,5491X1} e^{0,0384X2} e^{0,6473X3} e^{0,1583X4} e^{-0,3692X5}}{1}$	$\times Pa$
	$Ps = \frac{1+1,9377 A^{-0,0744} H^{-0,4267} D^{-0,2012} N^{-0,1906} e^{0,5491X1} e^{-0,0384X2} e^{-0,6473X3} e^{-0,1583X4} e^{0,3692X5}}{1}$	$\times Pa$
Шаг 3а	$Pf = \frac{1+1,1188 A^{-0,0203} H^{0,5680} D^{0,1137} N^{-0,1704} e^{0,4780X1} e^{-0,1106X2} e^{-0,4056X3} e^{0,0355X4} e^{1,3189X5}}{1}$	$\times Pc$
	$Pb = \frac{1+0,8938 A^{0,0203} H^{-0,5680} D^{-0,1137} N^{0,1704} e^{-0,4780X1} e^{0,1106X2} e^{0,4056X3} e^{-0,0355X4} e^{-1,3189X5}}{1}$	$\times Pc$
Шаг 3б	$Pw = \frac{1+0,5197 A^{0,1749} H^{-0,7728} D^{0,1532} N^{-0,0136} e^{-0,2060X1} e^{-0,1991X2} e^{-0,6034X3} e^{0,0429X4} e^{-0,7204X5}}{1}$	$\times Ps$
	$Pbk = \frac{1+1,9240 A^{-0,1749} H^{0,7728} D^{-0,1532} N^{0,0136} e^{0,2060X1} e^{0,1991X2} e^{0,6034X3} e^{-0,0429X4} e^{0,7204X5}}{1}$	$\times Ps$



Таблица 11. Характеристика «приведенных» аллометрических уравнений

Фракции фитомассы	Компоненты регрессионных уравнений										$adjR^2$
$P_t$	1,3132	$A^{0,2782}$	$H^{0,2576}$	$D^{1,0297}$	$N^{0,4448}$	$e^{0,1913 X1}$	$e^{0,1274 X2}$	$e^{0,4569 X3}$	$e^{0,1768 X4}$	$e^{0,6994 X5}$	0,838
Шаг 1											
$P_a$	0,6902	$A^{0,1988}$	$H^{0,5292}$	$D^{1,0256}$	$N^{0,4270}$	$e^{0,2022 X1}$	$e^{0,0782 X2}$	$e^{0,2566 X3}$	$e^{0,0937 X4}$	$e^{0,8562 X5}$	0,886
$P_r$	0,7649	$A^{0,6067}$	$H^{-0,5645}$	$D^{1,0096}$	$N^{0,5345}$	$e^{0,1474 X1}$	$e^{0,0596 X2}$	$e^{1,1419 X3}$	$e^{0,4506 X4}$	$e^{0,2784 X5}$	0,376
Шаг 2											
$P_c$	0,6916	$A^{0,1242}$	$H^{0,1710}$	$D^{0,9070}$	$N^{0,2832}$	$e^{0,6328 X1}$	$e^{0,0668 X2}$	$e^{-0,2691 X3}$	$e^{-0,0123 X4}$	$e^{1,1285 X5}$	0,627
$P_s$	0,3569	$A^{0,1986}$	$H^{0,5977}$	$D^{1,1082}$	$N^{0,4738}$	$e^{0,0837 X1}$	$e^{0,1052 X2}$	$e^{0,3782 X3}$	$e^{0,1459 X4}$	$e^{0,7593 X5}$	0,900
Шаг 3а											
$P_f$	0,3497	$A^{0,1277}$	$H^{-0,2342}$	$D^{0,8072}$	$N^{0,4222}$	$e^{0,1817 X1}$	$e^{0,1405 X2}$	$e^{0,0908 X3}$	$e^{0,0037 X4}$	$e^{0,0145 X5}$	0,254
$P_b$	0,3912	$A^{0,1074}$	$H^{0,3338}$	$D^{0,9208}$	$N^{0,2518}$	$e^{0,6598 X1}$	$e^{0,0300 X2}$	$e^{-0,3148 X3}$	$e^{0,0392 X4}$	$e^{1,3335 X5}$	0,658
Шаг 3б											
$P_w$	0,0858	$A^{0,2494}$	$H^{1,0440}$	$D^{1,0714}$	$N^{0,6450}$	$e^{0,1402 X1}$	$e^{0,0471 X2}$	$e^{0,1680 X3}$	$e^{-0,0067 X4}$	$e^{0,6508 X5}$	0,905
$P_{bk}$	0,0446	$A^{0,4244}$	$H^{0,2712}$	$D^{1,2246}$	$N^{0,6314}$	$e^{-0,0658 X1}$	$e^{-0,1520 X2}$	$e^{-0,4354 X3}$	$e^{0,0362 X4}$	$e^{-0,0696 X5}$	0,851

Табл. 13. Характеристика рекурсивной системы вспомогательных уравнений для массообразующих показателей

Массообра- зующие показатели		Компоненты регрессионных уравнений									$adjR^2$
См. п. 1.5. Характеристика результатов выполнения системы вспомогательных уравнений для массовых показателей											
$H$	-15,9489	8,6068 $\ln A$	-	-	-1,9231 $X1$	0,4346 $X2$	-3,5626 $X3$	-5,3695 $X4$	-8,6083 $X5$	0,768	
$\ln D$	-1,0586	0,3531 $\ln A$	0,9160 $\ln H$	-	-0,0426 $X1$	-0,0567 $X2$	0,1867 $X3$	-0,1181 $X4$	-0,0180 $X5$	0,936	
$\ln N$	3,9068	-0,0184 $\ln A$	0,6613 $\ln H$	-1,9590 $\ln D$	0,0798 $X1$	-0,0923 $X2$	-0,2702 $X3$	0,4303 $X4$	0,4947 $X5$	0,913	

Таблица 12. Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы древостоев *Quercus*, рассчитанных с их регионализацией путем введения фиктивных переменных

Показатели	Фракции фитомассы								
	$P_t$	$P_a$	$P_c$	$P_f$	$P_b$	$P_r$	$P_s$	$P_w$	$P_{bk}$
Независимые уравнения									
$R^2$	0,746	0,798	0,571	0,292	0,570	0,249	0,803	0,856	0,643
Аддитивные уравнения									
$R^2$	0,746	0,799	0,571	0,293	0,571	0,238	0,804	0,871	0,660

Построенная аддитивная модель (см. **табл. 10**) включает четыре численных независимых переменных. При табулировании ее возникает проблема, которая заключается в том, что мы можем задать из четырех переменных только возраст древостоя, а остальные три переменные могут быть введены в таблицу лишь в виде расчетных величин, полученных системой вспомогательных рекурсивных уравнений. Такие уравнения рассчитаны по исходному массиву фактических данных и показаны в **табл. 13**.

Результаты последовательного табулирования уравнений в **табл. 13** и **10** представляют громоздкую таблицу. Поэтому сравнительный анализ структуры фитомассы дубовых древостоев разных экорегионов ограничим возрастом 60 лет (**табл. 14**).

Согласно **табл. 14**, наибольшие значения фитомассы (321 т/га) соответствуют дубовым древостоям *Q. crispula* и *Q. glauca* в Японии, а наименьшие (194 т/га) – древостоям *Q. robur* в Западной Европе. Промежуточное положение по показателю общей фитомассы (213-242 т/га) занимают дубовые древостои в остальных экорегионах.

Показатели фитомассы разных экорегионов различаются не только по абсолютной величине, но и по соотношениям массы разных фракций; например доля листвы в надземной фитомассе максимальная (2,6-3,0 %) в дубовых древостоях Приморья и Японии, минимальная (2,1%) в дубняках Западной и Средней Европы, а в остальных регионах находится на стабильном уровне 2,2-2,4%.

### Заключение

Таким образом, впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев рода *Quercus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы дуба, и тем самым решена проблема совмещения аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные (и соответственно, видовые) различия равно-великих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре.

Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Полученная модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев дуба дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.



Рис. 4. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым (а) и аддитивным (б) уравнениям фитомассы древостоев *Quercus*.



Таблица 14. Фрагменты аддитивной таблицы фитомассы для древостоев дуба в возрасте 60 лет (т абсолютно сухой массы на 1 га) по экорегионам и соответствующим видам *Quercus*

Экорегион	Вид рода <i>Quercus</i>	H, м	D, см	N, тыс. экз/га	Фитомасса, т/га								
					Pt	Pa	Pc	Pf	Pb	Pr	Ps	Pw	Pbk
ЗСЕ	<i>Q. robur</i>	19,3	22,5	0,774	193,7	164,1	30,3	3,5	26,8	29,7	133,8	113,9	19,9
ЗСЕ	<i>Q. petraea</i>	17,4	19,6	1,027	224,4	185,1	40,3	4,4	35,9	39,2	144,8	125,9	18,9
ЕРсев	<i>Q. robur</i>	19,7	21,7	0,769	212,6	174,0	30,6	3,9	26,7	38,6	143,4	125,8	17,6
ЕРюг	<i>Q. robur</i>	15,7	22,5	0,517	242,4	141,8	27,5	3,3	24,2	100,6	114,2	102,7	11,6
ДВ	<i>Q. mongolica</i>	13,9	14,8	2,172	218,9	151,4	26,3	4,6	21,6	67,6	125,1	102,8	22,3
Яп	<i>Q. crispula</i>	10,7	12,9	2,570	320,9	246,4	60,3	6,5	53,8	74,5	186,1	165,9	20,1
	<i>Q. glauca</i>												



Список использованной литературы

Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2016. 336 с. ISBN 978-5-94984-568-4 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5696>).

Усольцев В.А., Цепордей И.С., Шубаири С.О.Р., Дар Дж.А., Часовских В.П. Аддитивные аллометрические модели фитомассы деревьев и древостоев двухвойных сосен как основа региональных таксационных нормативов для Евразии // Эко-потенциал. 2018. № 1 (21). С. 27-47 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/7261>).

Baskerville G. L. Use of logarithmic regression in the estimation of plant biomass // Canadian Journal of Forest Research. 1972. Vol. 2. P. 49-53.

Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // Forest Science. 2015. Vol. 61. No. 1. P. 35-45.

Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // Scientia Silvae Sinica. 2000. Vol. 36. P. 19-27 (in Chinese with English abstract).

Usoltsev V.A. Forest biomass and primary production database for Eurasia. CD-version. The second edition, enlarged and re-harmonized. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2013. ISBN 978-5-94984-438-0 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3059>).

Usoltsev V.A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University. 2016. ISBN 978-5-94984-600-1 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>).

*Работа выполнена в рамках Государственного задания Ботанического сада УрО РАН.*

**Рецензент статьи:** доктор сельскохозяйственных наук, профессор С.В. Залесов.